МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ОЦЕНОК ПЕРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОМ МОНТЕ- КАРЛО

Казначеева О.К., Полинко Ю.В. *(ФГБОУ ВПО ЮРГПУ (НПИ) им. М.И. Платова, г. Новочеркасск, Россия)*
Тел.: +7 (908)5071606; E-mail: kazn_olga@mail.ru

Abstract: *Method of calculating spacing estimations of geometric, physics and mechanics parameters of materials has been presented implementing the Monte-Carlo approach. The developed algorithm considers the measurement errors as well as errors of function approximation response. Verification of the given algorithm is shown as an example of spacial estimation of rigidity parameters of a nonlinear–elastic reinforced concrete beam.*
Key words: *full-scale experiment; identification; mathematical model; composite materials; reinforced materials; non-destructive testing.*

В настоящее время во многих областях строительного, машиностроительного комплекса, горной промышленности существует проблема обеспечения прочности и долговечности силовых конструкций во всё время их эксплуатации.

Для существующего неразрушающего контроля качества и технической диагностики конструкций используются результаты испытаний образцов, которые реализуются по той же технологии, что и основная конструкция и имеют схожие с ней свойства. Но такой контроль прочности имеет некоторые погрешности для широкого класса конструкций из армированного материала, в связи с тем, что физико-механические свойства нестабильны и являются переменными по объему конструкции. Кроме того, при диагностике после аварий такие образцы не удается получить, и это приводит уже к разрушающему контролю. Таким образом, для объективного и достоверного определения физико-механических свойств необходимо использование неразрушающие натурные-испытания.

Предлагается алгоритм вычисления интервальных оценок переменных геометрических и физико-механических параметров материала, реализующий метод Монте-Карло **[6]:**. Разработанный алгоритм учитывает, как погрешность измерений, так и погрешность аппроксимации функций отклика.

Рассмотрим алгоритм построения интервальной оценки параметров конструкций при их технической диагностике после повреждений, вызванных экстремальными воздействиями при эксплуатации. Построение обоснуем при помощи стохастического подхода, когда погрешность каждого отдельного измерения считается случайной величиной с известным распределением. Тогда получается точечная оценка параметров упругости и жесткости, будет случайной величиной, а по её распределению можно построить доверительный интервал, покрывающий действительное значение оцениваемого параметра с заданной доверительной вероятностью.

Итак, в задаче интервального оценивания известно[1, 2, 6]:

- точечная оценка структурных параметров.

$$p = p(Z),$$

соответствующая минимуму критерия качества оценивания при известных измеряемых переменных состояния Z;

- модель измерительной системы

$$Z = Aq + \Delta Z,$$

где ΔZ - случайная составляющая с известным законом распределения;

- результат фактического измерения Z^*.

Требуется определить интервал, в котором с заданной доверительной вероятностью находится действительное значение оцениваемого параметра *p*.

Решение может быть получено методом Монте-Карло по следующей схеме:

1. Генерируется случайная последовательность векторов измеренных величин Z_i, равномерно распределенных в интервалах с центром Z^* и полушириной, равной известной максимальной погрешности измерений.

2. Рассчитывается последовательность значений оцениваемых параметров

$$p_i = p(Z_i).$$

3. Последовательность p_i рассматривается как выборка из генеральной совокупности. Методами математической статистики определяются оценки её квантилей для заданной доверительной вероятности.

Центральное место в этой схеме занимает получение последовательности $p_i = p(Z_i)$, требующее многократных вычислений точечных оценок. Объем выборки должен позволять получать статистически значимые результаты, т.е. быть достаточно большим. Эти вычисления можно выполнить при помощи аппроксимационной функции отклика.

Поэтому в постановке задачи необходимо учитывать погрешность аппроксимации функций отклика. Окончательно задача интервального оценивания ставится следующим образом.

Известно:

- аппроксимация функции отклика

$$Y = q(p) + \Delta Y,$$

где ΔY - погрешность, не превышающая известную величину □, с неизвестным законом распределения;

- результат фактического измерения Z^*;

- критерий качества оценивания, минимизирующий сумму квадратов разностей[5, 6]:

$$\varphi = \sum V_k (Z_k^* - Z_k)^2; \tag{1}$$

- модель измерительной системы

$$Z = Aq + \Delta Z,$$

где ΔZ - случайная составляющая с известным законом распределения.

Требуется найти доверительный интервал оцениваемого параметра.

Схема решения задачи от этого уточнения принципиально не изменяется. Если погрешность моделирования и аппроксимации откликов много меньше погрешности измерений, то её можно не учитывать; в противном случае необходимо дополнительно задать её распределение. Примем, что погрешность аппроксимации отклика равномерно распределена в интервале полуширинойε. Поскольку критерий (1) содержит разности измеренных и вычисленных значений, погрешность ε может быть добавлена к погрешности ΔZ.

Блок-схема программы действия интервальной оценки параметров, учитывающего случайную составляющую измерений и погрешность аппроксимации отклика, приведена на рисунке 1[3].

Заметим, что точечная оценка содержит сумму достаточно большого числа случайных величин, поэтому есть основания считать её распределение близким к нормальному. Объем выборки может быть произвольно большим. Проверка гипотезы о нормальном распределении оцениваемых параметров выполняется по критерию Пирсона. Если эта гипотеза принимается, то математическое ожидание нормального распределения будем считать равным среднему выборочному, а дисперсию – исправленной выборочной дисперсии.

По этим данным, исходя из доверительной вероятности α, строится доверительный интервал оцениваемого параметра:

$$\left| p_i - M_i \right| < \sqrt{D_i} \cdot t_{1-\alpha/2},$$

где M_i– математическое ожидание параметра p_i; D_i– его дисперсия;
$t_{1-\alpha/2}$ - квантиль стандартного нормального распределения.

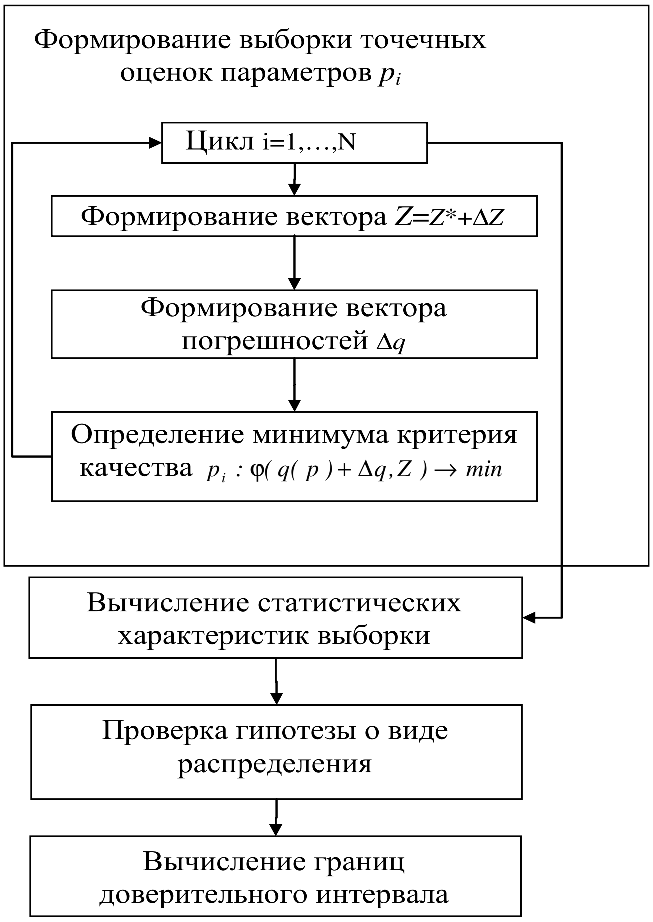

Рис. 1. Блок-схема программы интервальной оценки оцениваемых параметров

Отметим, что распределения оцениваемых параметров были близкими к нормальным.

Предложенный алгоритм интервальной оценки позволяет определять параметры остаточной жёсткости конструкций при их технической диагностике после повреждений. Рассмотрим балку (рис. 2), содержащую один ряд арматуры А-III и выполненную из керамзитобетона В20. Предполагается, что во время эксплуатации балка испытала огневое воздействие, которое привело к термодеструкции поверхностных слоев – верхнего и/или нижнего. Варьируемые факторы в данном случае – толщина поврежденных слоев, примыкающих к верхней и нижней сторонам сечения Данный пример является модельным - проведен имитационный вычислительный эксперимент. Были рассчитаны методом конечных элементов прогибы и напряжения в балке с заданными толщинами поврежденных слоев: p_1=0,01, p_2=0,015 м. Рассчитанные величины приняты за математические ожидания показаний датчиков.

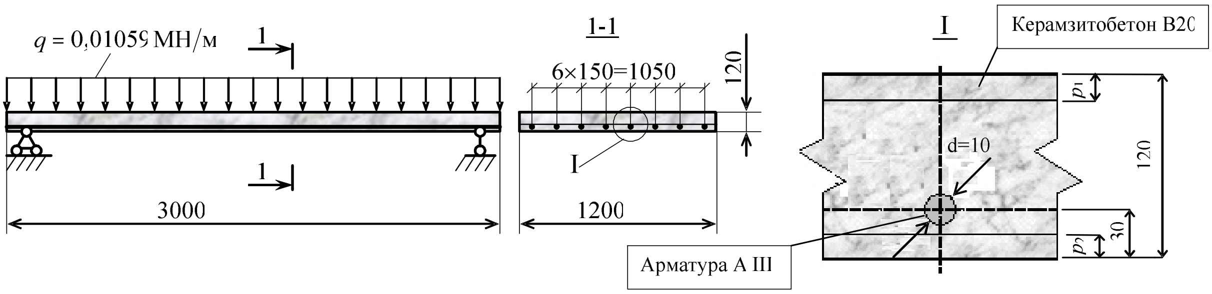

Рис. 2. Сечение, схема закрепления и нагружения балки

Конечно-элементная модель деформирования армированной балки основывается на следующем физическом законе:

$$\sigma = \begin{cases} \dfrac{\sigma_{пц}}{\varepsilon_{пц}}(\varepsilon - \varepsilon^{но}), & \varepsilon - \varepsilon^{но} \le \varepsilon_{пц} \\ \sigma_{пц} + \dfrac{\sigma_т - \sigma_{пц}}{\varepsilon_т - \varepsilon_{пц}}(\varepsilon - \varepsilon^{но} - \varepsilon_{пц}), & \varepsilon_{пц} < \varepsilon - \varepsilon^{но} \le \varepsilon_т \end{cases},$$

где напряжение предела пропорциональности $\sigma_{пц}$, деформация предела пропорциональности $\varepsilon_{пц}$, напряжение предела упругости $\sigma_т$ и деформация предела упругости $\varepsilon_т$ на растяжение и сжатие различны (рис. 3).

Эти характеристики известны для применяемых марок бетона и арматурной стали и достаточно стабильны [4]. Однако в аварийных условиях, в частности – при огневом воздействии, они могут ухудшаться.

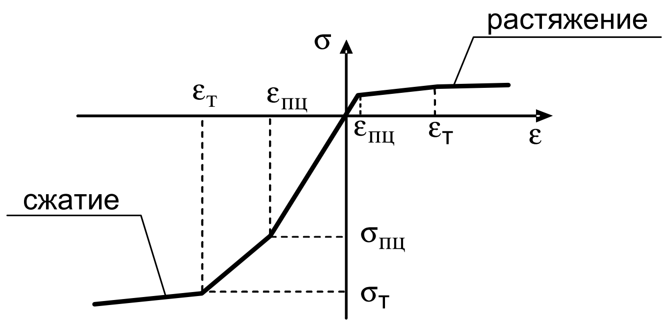

Рис. 3. Аппроксимация диаграммы нелинейно-упругого деформирования бетона

Проведена серия расчетов (точечная оценка параметров) по определению величин p_1 и p_1[1, 3], в которых в качестве показаний датчиков принимались сгенерированные нормально распределенные случайные числа со среднеквадратическими отклонениями 0,1 мм для перемещений и 0,03 МПа для напряжений.

Для интервальной оценки параметров жесткости использовалось имитационное моделирование случайной погрешности измерений. Генерировалась выборка из 10000 случайных векторов, каждая компонента которых была равномерно распределена в симметричном относительно нуля интервале, полуширина которого равна погрешности измерений. Для датчиков перемещений погрешность измерения принималась равной 0,1 мм, для датчика напряжений – 2% от номинальной величины напряжения. При каждом сгенерированном сочетании «измеренных» величин вычислялась точечная оценка параметров жесткости.

Результаты статистической обработки полученной выборки представлены на рисунке 4.

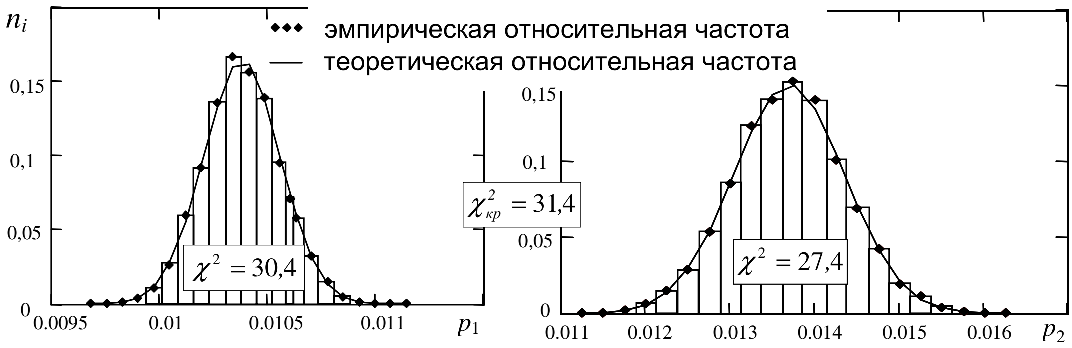

Рис.4. Результаты статистической обработки полученной выборки

Полученное эмпирическое распределение согласуется с нормальным при уровне значимости 5%. Доверительные интервалы определены с использованием квантилей нормального распределения с доверительной вероятностью 99,7%. Математическое ожидание параметра p_1 составило 0,0104; p_2 – 0,0137; доверительные интервалы: 0,0099<p1<0,011; 0,011<p2<0,016.

Заключение. Верификация предложенного алгоритма вычисления интервальных оценок переменных параметров по данным натурных экспериментов показана на примере оценки параметров жёсткости армированной балки при технической диагностике после повреждений и согласуется с вычислительным экспериментом.

Рассмотренная задач является модельной и целью её решения была оценка точности идентификации параметров жёсткости в имитационном вычислительном эксперименте с заранее известными значениями оцениваемых параметров.

Список литературы*:* 1. Казначеева О.К. Оптимальное оценивание напряженно-деформированного состояния и идентификация параметров наблюдаемых конструкций: монография. – Новочеркасск: ЮРГТУ, 2010. – 95 с. **2.** Казначеева О.К., Калашников С.Ю., Бобина Е.А. Методика неразрушающего контроля приведенных упругих характеристик в изделиях из композитных материалов. //Наука и образование: архитектура, градостроительство и строительство: материалы Международной конференции, посвященной 80-летию строительного образования и 40-летию архитектурного образования Волгоградской области, 6-10 сентября 2010 г., Волгоград / Волгогр. гос. архит.-строит. унив. – Волгоград: ВолгГАСУ, 2010. – С. 301-308. **3.** Казначеева О.К., Каледин В.О. Идентификация параметров упругости и жесткости конструкций из армированных материалов: монография. – Новочеркасск: Лик, 2012. – 136 с. **4.** Давыдкин Н.Ф., Страхов В.Л. Огнестойкость конструкций подземных сооружений / М.: ТИМР, 1998. – 296 с. **5.** Казначеева О.К., Полинко Ю.В. Двухуровневая модель статистического деформирования конструкций из армированных материалов/ Известия высших учебных заведений. Северо- Кавказкий регион. Технические науки, 2015 – с.112-116. **6.** Казначеева О.К., Полинко Ю.В. Алгоритм интервальной оценки параметров по данным имитационного эксперимента. Научно- практический журнал «Строительство и архитектура», 2014. – С.189-192.